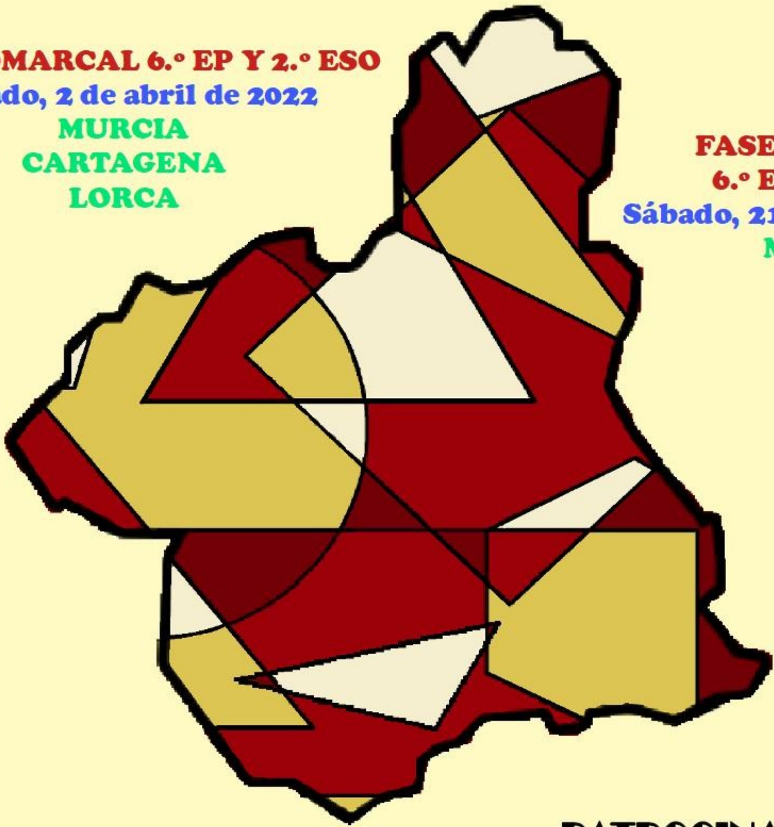
XXXII OLIMPIADA MATEMÁTICA

REGIÓN DE MURCIA

FASE COMARCAL 6.º EP Y 2.º ESO
Sábado, 2 de abril de 2022
MURCIA
CARTAGENA
LORCA



FASE REGIONAL
6.º EP Y 2.º ESO
Sábado, 21 de mayo de 2022
MURCIA

ORGANIZA

semrm
Sociedad de Educación Matemática de la Región de Murcia

PATROCINAN

Olimpiadas Científicas de la Región de Murcia

f SéNeCa(+)
Agencia de Ciencia y Tecnología Región de Murcia

Región de Murcia

COLABORAN

Consejería de Educación de la Comunidad Autónoma de la Región de Murcia; Facultad de Matemáticas; Facultad de Educación y Departamento de Didáctica de las Ciencias Matemáticas y Sociales de la Universidad de Murcia; Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de la Universidad Politécnica de Cartagena; Consorcio del Campus Universitario de Lorca; Ayuntamiento de Murcia; Ayuntamiento de Lorca; Centros Educativos de la Región de Murcia

FASE COMARCAL

PROBLEMAS PROPUESTOS Y SOLUCIONES

SOLUCIONES 6.º DE PRIMARIA

PROBLEMA 1

Os ofrecemos dos soluciones para cada una de las cuestiones:

a) Obtenemos el 100 con dos operaciones:

$1 \xrightarrow{+9} \boxed{10} \xrightarrow{\times 10} 100$

$1 \xrightarrow{+4} \boxed{5} \xrightarrow{\times 20} 100$

b) Con tres operaciones:

$1 \xrightarrow{+19} \boxed{20} \xrightarrow{\times 10} \boxed{200} \xrightarrow{:2} 100$

$1 \xrightarrow{+8} \boxed{9} \xrightarrow{\times 13} \boxed{117} \xrightarrow{-17} 100$

c) Con cuatro operaciones:

$1 \xrightarrow{+19} \boxed{20} \xrightarrow{:2} \boxed{10} \xrightarrow{\times 11} \boxed{110} \xrightarrow{-10} 100$

$1 \xrightarrow{+11} \boxed{12} \xrightarrow{:2} \boxed{6} \xrightarrow{\times 19} \boxed{114} \xrightarrow{-14} 100$

d) No es posible. El mayor número que podemos obtener es 21.

$1 \xrightarrow{+20} \cancel{100}$

PROBLEMA 2

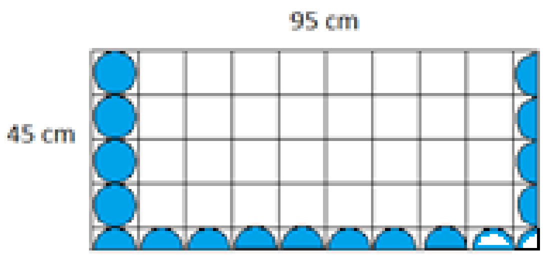
Si las 5 cifras suman 22, la primera es 9 y la última 8, las 3 que desconocemos sumarán 5. Son dos las posibles descomposiciones del 5 en tres sumandos distintos: 0 + 1+ 4 y 0 + 2 + 3. Por tanto, los números que cumplen las condiciones son en total 12:

9**014**8	9**023**8
9**041**8	9**032**8
9**104**8	9**203**8
9**140**8	9**230**8
9**401**8	9**302**8
9**410**8	9**320**8

PROBLEMA 3

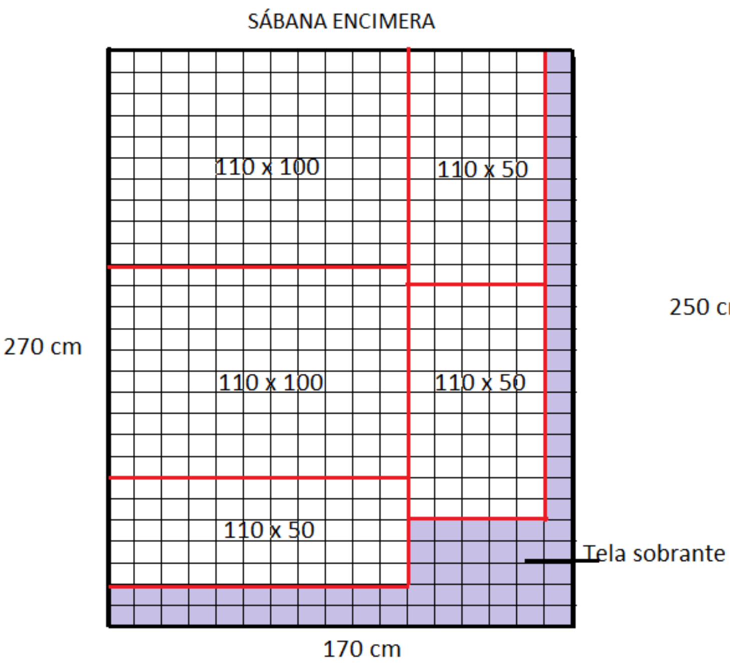
Podemos dividir la cartulina en cuadrados de 10 cm x 10 cm. Esto nos permite inscribir un círculo de 10 cm de diámetro en cada uno de ellos. Obtendremos 36 cuadrados y nos quedarían dos trozos de cartulina, cuyas dimensiones son respectivamente 90 cm x 5 cm y 40 cm x 5 cm, divididos a su vez en medios cuadrados. Uniendo cada dos de ellos podemos formar otros 6 cuadrados. Nos sobraría ¾ de cuadrado, que desechamos.

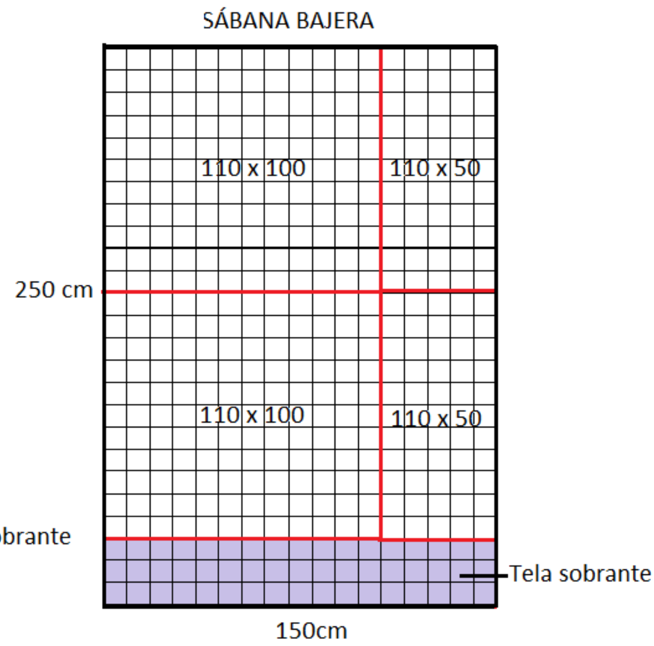
En total, tenemos 42 cuadrados, luego, **podemos conseguir 42 círculos.**



PROBLEMA 4

a) Una manera sencilla de obtener la respuesta es representar a escala ambas sábanas. Observamos que lo máximo que podemos obtener de una sábana encimera son 3 fundas de almohada y media; de la bajera 3 fundas.





b), c) y d)

Color	Almohadas			Juegos de cama			
	N.º de encimeras que utilizas	**N.º de bajeras que utilizas**	**Total de fundas de almohadas conseguidas**	**Juegos completos**	**Juegos mixtos**	**Juegos de dos piezas**	**Total**
Malva (4E y 3B)*	1	0	3 (y media)	3	0	0	3
Azul (9 E y 5B)*	2	0	7	5	0	2	7
Blanco (6 E y 6 B)*	1	1	6 (y media)	5	0	0	5
Totales	4	1	16 fundas y dos medias fundas	13	0	2	15

* Entre paréntesis está el número de sábanas que había en el lote.

En total, se consiguen 15 juegos de cama: 13 completos y 2 de dos piezas. Sobraría 1 funda de almohada y 2 medias fundas, una malva y otra blanca.

EXPLICACIÓN:

Juegos completos

Sábanas de color malva. Al tener 3 bajeras y 4 encimeras, si podemos conseguir 3 fundas de almohada, tendremos 3 juegos completos. Como nos sobra una encimera, con ella podemos conseguir las 3 fundas de almohada. Así pues, tendremos **3 juegos completos** y sobraría media funda de almohada.
Sábanas azules. Tenemos 9 encimeras, de las que destinaríamos 2 para confeccionar 7 fundas de almohada y 5 para formar juegos completos con las 5 bajeras. Nos sobrarían 2 encimeras y 2 fundas de almohada.

Sábanas blancas. Con una sábana encimera y otra bajera podemos conseguir 6 fundas de almohada y media más, de las cuales 5 se destinarían a formar 5 juegos completos (con 5 encimeras y 5 bajeras). Nos sobraría una funda de almohada y media más.

Juegos mixtos no hay porque todas las sábanas bajeras blancas se han utilizado.

Juegos de dos piezas se pueden formar con las dos sábanas encimeras y las dos almohadas azules que sobran cuando se forman los juegos completos.

PROBLEMA 5

- **a)** Durante siete días el aparato mide el nivel de glucosa: 24 x 2 x 7 = 336 veces.
- **b)** El porcentaje correspondiente a 10 mediciones de glucosa alta sería 2,9 %, pero en la pantalla aparecería el 2 %.

c) El lector desecha la parte decimal al hallar el porcentaje, luego todos los valores del porcentaje inferiores a la unidad, en pantalla, aparecerán como 0 %. Ejemplos:

Posibilidades de glucosa baja	**Porcentaje**	**Porcentaje en pantalla**
0	0 %	0 %
1	0,29 %	0 %
2	0,59 %	0 %
3	0,89 %	0 %

A partir de 4 sucesos de glucosa baja en esos siete días, el porcentaje es mayor que la unidad y, por tanto, aparecerá en la pantalla el valor del 1 % o superior.

Luego, el glucómetro de Marta ha podido hacer: cero, uno, dos o tres medidas de glucosa baja a lo largo de los últimos siete días.

d) Analizamos las distintas posibilidades:

Número de medidas de glucosa baja	**Porcentajes (con cifras decimales)**	**Porcentaje que aparece en la pantalla**
0, 1, 2 y 3	0 - 0,29 – 0,59 – 0,89	0 %
4, 5 y 6	1,19 – 1,48 – 1,78	1 %
7, 8, 9 y 10	2, 08 – 2,38 – 2,67 -2,97	2 %

A partir de 11 sucesos el porcentaje sería 3,27 por lo que en pantalla aparecería el 3 %.

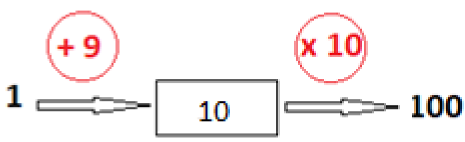
Luego, el número de medidas de glucosa baja han podido ser: 7, 8, 9 o 10.

SOLUCIONES SEGUNDO DE ESO

PROBLEMA 1

Ofrecemos dos soluciones para cada una de las cuestiones:

a) Obtenemos el 100 con dos operaciones.



$$1 \xrightarrow{+4} \boxed{5} \xrightarrow{\times 20} 100$$

b) Con tres operaciones.

$$1 \xrightarrow{+19} \boxed{20} \xrightarrow{\times 10} \boxed{200} \xrightarrow{:2} 100$$

$$1 \xrightarrow{+8} \boxed{9} \xrightarrow{\times 13} \boxed{117} \xrightarrow{-17} 100$$

c) Con cuatro operaciones.

$$1 \xrightarrow{+19} \boxed{20} \xrightarrow{:2} \boxed{10} \xrightarrow{\times 11} \boxed{110} \xrightarrow{-10} 100$$

$$1 \xrightarrow{+11} \boxed{12} \xrightarrow{:2} \boxed{6} \xrightarrow{\times 19} \boxed{114} \xrightarrow{-14} 100$$

d) No es posible. El mayor número que podemos obtener es 21.

$$1 \xrightarrow{+20} \cancel{100}$$

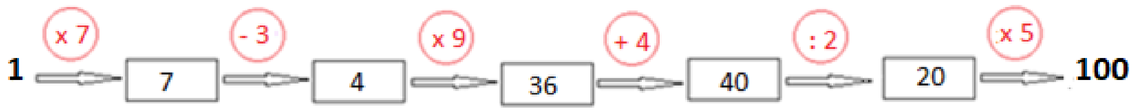
e) Con cinco operaciones.

$$1 \xrightarrow{+7} \boxed{8} \xrightarrow{\times 8} \boxed{64} \xrightarrow{-4} \boxed{60} \xrightarrow{:3} \boxed{20} \xrightarrow{\times 5} 100$$

$$1 \xrightarrow{+8} \boxed{9} \xrightarrow{\times 9} \boxed{81} \xrightarrow{-1} \boxed{80} \xrightarrow{:4} \boxed{20} \xrightarrow{\times 5} 100$$

f) Con seis operaciones.

$$1 \xrightarrow{+4} \boxed{5} \xrightarrow{\times 3} \boxed{15} \xrightarrow{\times 2} \boxed{30} \xrightarrow{\times 6} \boxed{180} \xrightarrow{:9} \boxed{20} \xrightarrow{\times 5} 100$$



<u>PROBLEMA 2</u>

a) Las soluciones son:

$5^2 - 4^2 = 9$ $\qquad 24^2 - 23^2 = 47$ $\qquad (-9)^2 - (-10)^2 = (-19)$

b) Se trata de números enteros consecutivos en los tres casos. Observamos que los resultados equivalen a la suma de los respectivos números consecutivos:

$9 = 5 + 4$ $\qquad 47 = 24 + 23$ $\qquad (-19) = (-9) + (-10)$

c) Comprobamos que también se cumplen estas relaciones con otros números.

Ejemplos: $3^2 - 2^2 = 3 + 2$ $\qquad 100^2 - 99^2 = 199$

$(-2)^2 - (-3)^2 = (-5)$ $\qquad (-99)^2 - (-100)^2 = (-199)$

d) La propiedad observada la podemos escribir como: «*La diferencia entre los cuadrados de dos números enteros consecutivos (positivos o negativos) es igual a la suma de esos dos números*»

e) Podemos expresar dicha propiedad, con letras: Si llamamos $m = n + 1$, entonces

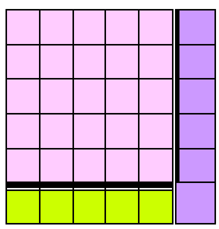
$$m^2 - n^2 = m + n$$

$$m^2 - n^2 = (n + 1)^2 - n^2 = 2n + 1 = (n + 1) + n, \text{ o bien}$$

$$n^2 - (n - 1)^2 = 2n - 1 = n + (n - 1)$$

También podemos justificarlo mediante lo que se denomina un ‘ejemplo genérico’[1].

Por ejemplo. para $n = 5$, el dibujo muestra que la diferencia entre 6^2 y 5^2 es $5 + 6$ (correspondientes a los cuadritos de la fila de abajo y de la columna de la derecha, respectivamente).



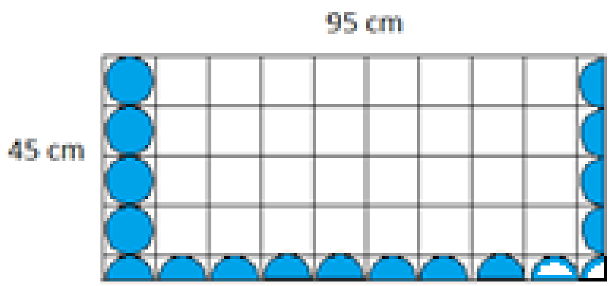
1 En este caso hemos de suponer que los números son positivos, ya que se refieren al número de cuadros (expresan una ‘medida’, en este caso, discreta). Algebraicamente se ‘demuestra’ y mediante el dibujo de ‘muestra’.

PROBLEMA 3

Cuestiones a) y b)

El diámetro del círculo mide 10 cm. Podemos dividir la cartulina en cuadrados de 10 cm x 10 cm. Esto nos permite inscribir un círculo de 10 cm de diámetro en cada uno de ellos. Obtendremos 36 cuadrados y nos quedarían dos trozos de cartulina cuyas dimensiones son respectivamente 90 cm x 5 cm y 40 cm x 5 cm divididos a su vez en rectángulos. Cada uno de ellos es exactamente la mitad de un cuadrado 10 cm x 10 cm. Uniendo cada dos de ellos podemos formar otros 6 cuadrados. Nos sobraría ¾ de cuadrado, que desecharíamos.

En total, tenemos 42 cuadrados, luego, podemos dibujar 42 círculos.



c) Calculamos la cartulina sobrante:

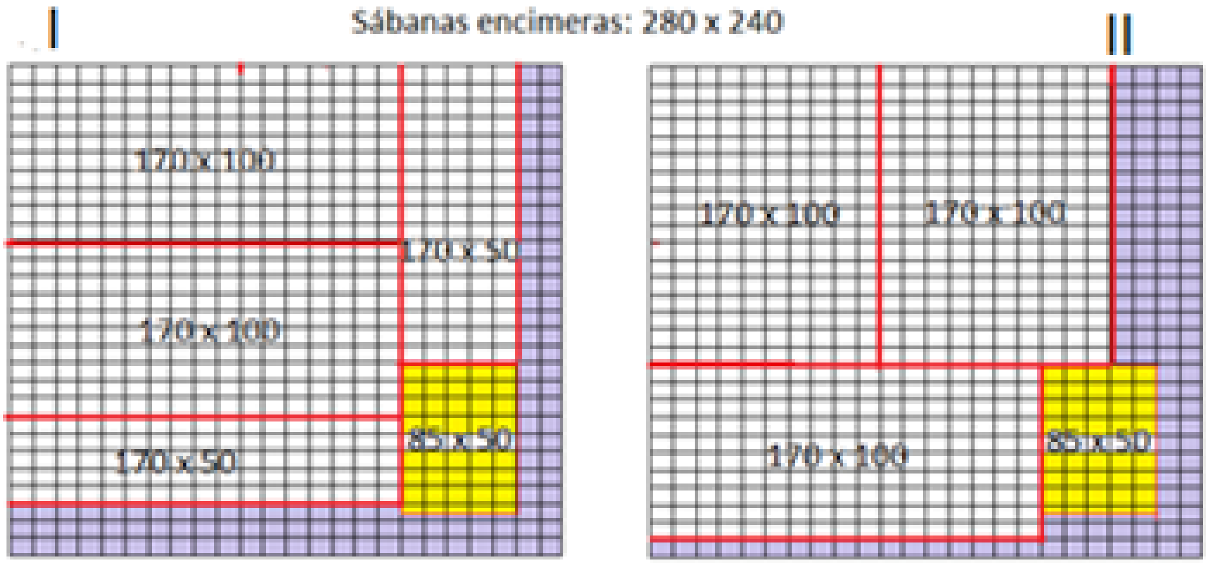
Superficie total del rectángulo:	95 x 45 =	4275 cm2
Superficie total de los círculos:	42 x 3,14 x 25 =	3297 cm2
Superficie total del resto de cartulina:	**4275 – 3297 =**	**978 cm2**

PROBLEMA 4

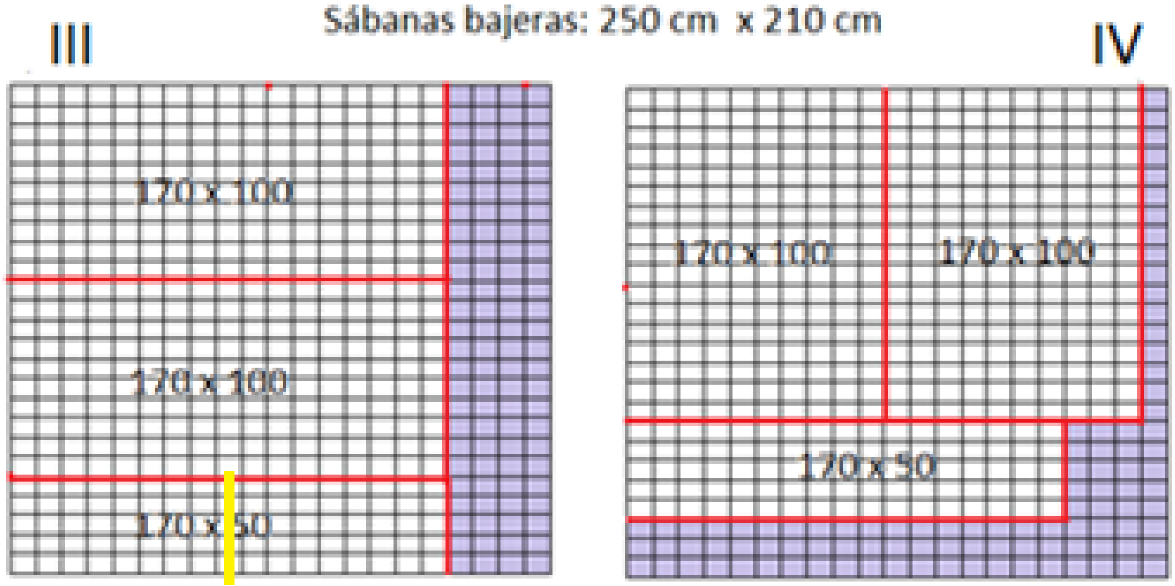
a) Una manera sencilla de obtener la respuesta es representar a escala ambas sábanas. Hemos dibujado de dos formas distintas el corte de las sábanas con el fin de utilizar aquel que nos interese más. Observamos, que lo máximo que podemos obtener de una sábana encimera son 3 fundas de almohada y un trozo de 85 x 50 cm que nos puede servir, junto con otro trozo igual, para confeccionar una funda para las almohadas individuales (pequeñas). De la bajera obtenemos 2 fundas grandes y una pequeña, siempre que cortemos el trozo de 170 cm por 50 cm por la mitad (o bien dos grandes y la mitad de una almohada grande).

Se muestran dos maneras posibles de cortar las sábanas, en cada caso:

Sábanas encimeras: 280 x 240



Sábanas bajeras: 250 cm x 210 cm



b), c) y d) Una posible solución sería:

Nota: Vamos a representar por E (encimera), B (bajera) y A (funda de almohada grande) y a (funda de almohada individual).

Colores	Almohadas			Juegos de cama				
	N.º de encimeras que utilizas	N.º de bajeras que utilizas	Total fundas de almohadas conseguidas	Juegos completos	Piezas que sobran	Juegos mixtos	Juegos de dos piezas	Total
Malva (7E y 3B)*	2	0	6A y 1a	3	2E, 3A y 1a	2	0	5
Azul (9 E y 5B)*	2	0	6A y 1a	5	2E, 1A y 1a	0	1	6
Blanco (6 E y 8B)*	1	1	5A y 3/2a	5	2B y 3/2 a	0	0	5
Totales	**5**	**1**	**17 A, 1 y ½ a**	**13**	**6 E, 4 A, 3 y ½ a**	**2**	**1**	**16**

***** *Entre paréntesis está el número de sábanas que había en el lote.*

EXPLICACIÓN:

Juegos completos

Sábanas color malva. El número de bajeras indica el número de juegos completos que podemos formar, puesto que hay sábanas encimeras para confeccionar almohadas. Así, de las 7 encimeras, 3 junto con las 3 bajeras formarán 3 juegos completos ya que las tres almohadas grandes las obtenemos de una sábana encimera. El resultado sería 3 juegos completos malva, 3 sábanas encimeras y media almohada pequeña.

Sábanas de color azul. Análogamente el número de bajeras indica el número de juegos completos de color azul, puesto que hay sábanas encimeras suficientes para hacer las almohadas grandes que se necesitan para los juegos. Luego obtenemos 5 juegos completos azules, cuyas almohadas se hacen con dos sábanas encimeras. El resultado sería 5 juegos completos, 2 encimeras,1 almohada grande y una almohada pequeña.

Sábanas de color blanco. En este caso no se pueden formar 6 juegos completos blancos puesto que con las dos bajeras restantes no se pueden conseguir las 6 almohadas grandes necesarias. Luego, podremos hacer como máximo 5 juegos completos blancos cuyas almohadas se pueden obtener con una semana encimera y una sábana bajera. Y el resultado sería 5 juegos completos blancos, 2 bajeras, media almohada grande y media almohada pequeña.

Total de juegos completos 13.

Juegos mixtos

Puesto que quedan 3 sábanas encimeras malva, puedo utilizar una para hacer almohadas y así, dos almohadas grandes, las restantes sábanas encimeras malvas junto con las dos sábanas bajeras blancas que quedaban formar 2 juegos mixtos.

Juegos de dos piezas

Se puede hacer un juego de dos piezas de color azul (es la opción reflejada en la tabla siguiente)..

(También cabe la posibilidad de hacer 1 mixto y 1 de dos piezas, ambos en color malva, y uno misto de color azul).

En la siguiente tabla se resume todo lo explicado anteriormente y las fundas de almohadas que quedarían

Colores	Piezas sobrantes	Juegos mixtos	Juegos de dos piezas	Total	Piezas sobrantes	Fundas de almohada pequeñas
Malva	2E, 3A y 1a	2	0	2	1A y 1 a	3
Azul	2E, 1A y 1a	0	1	1	1E y 1a	7
Blanco	2B y 3/2 a	0	0	0	1a y media	1

e) En total, dispondríamos de 11 fundas de almohada pequeñas, ya que las dos medias restantes son de colores distintos.

Por supuesto, existen otras posibilidades de formar juegos de cama con estas sábanas y algunas de ellas podrían considerarse óptimas en otras condiciones. Es cierto, en todo caso, que dependerá de la intención de la persona que adquiera el lote.

PROBLEMA 5

a) El 100 % de las mediciones hechas por el sensor en 7 días equivale a 336 mediciones, luego a 10 mediciones de glucosa alta le correspondería un 2,9 %, pero en la pantalla aparecerá un 2 %.

b) El lector desecha la parte decimal al hallar el porcentaje, luego todos los valores del porcentaje inferiores a la unidad, en pantalla, aparecerán como 0 %. Ejemplos:

N.º de posibilidades de glucosa baja	Porcentaje	Porcentaje en pantalla
0	0 %	0 %
1	0,29 %	0 %
2	0,59 %	0 %
3	0,89 %	0,00%

A partir de 4 sucesos de glucosa baja en esos siete días, el porcentaje es mayor que la unidad y, por tanto, aparecerá en la pantalla el valor del 1 % o superior.

Luego, Marta ha podido tener: ninguno, uno, dos o tres sucesos de glucosa baja.

c) Si el porcentaje de glucosa alta es del 4%, las veces que Marta ha podido tener la glucosa alta serían: **14, 15 o 16 veces.**

N.º de posibilidades de glucosa alta	Porcentaje	Porcentaje en pantalla
14	4,1	4 %
15	4,4	4 %
16	4,7	4 %

d) No. En siete días, haciendo mediciones cada media hora, el glucómetro hace en cada franja horaria 42 mediciones. Las cantidades que aparecen en el gráfico de barras representan, cada una de ellas, el valor medio de las 42 mediciones. Aunque en promedio fuese más alta la glucosa en una franja horaria, no ha tenido que serlo cada medida.

Por la misma razón, no podemos saber en qué franja horaria se dio el valor más alto.